

ЎЗБЕКИСТОН АЛОҚА ВА АХБОРОТЛАШТИРИШ АГЕНТЛИГИ
ТОШКЕНТ АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ УНИВЕРСИТЕТИ

“ТВ ва РЭ” кафедраси

ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОНЛАР ВА ТЎЛҚИНЛАР

I ҚИСМ

Ўқув қўлланма

5522000 – «Радиотехника»

5522100 – «Телевидение, радиоалоқа ва радиоэшиттириш»

5524400 – «Мобил алоқа тизимлари»

5522200 – «Телекоммуникация»

таълим йўналишлари учун

Тошкент 2011 йил

У.Х. Арипова, В.С.Кан. Электромагнит майдонлар ва тўлқинлар. I қисм. Ўқув қўлланма. Тошкент: ТАТУ, 2011, 54б, 2010-2011 ўқув йили режаси

Тақризчи: Абдуллаев А.М., техника фанлари номзоди, доцент

Ўқув қўлланмада электромагнит майдонлар ва тўлқинларнинг назарий асослари, электромагнит майдон векторлари, Максвелл тенгламалари, муҳит параметрлари, чегаравий шартлар, электромагнит майдон энергияси ва қуввати тўлиқ таҳлил қилинган. Кўриб чиқиладиган ҳар бир бўлим учун майдон кучланганлиги, нурлатиш қуввати, қаршиликларини ҳисоблаш усуллари ва ифодалари, гипотезалари келтирилган. Шунингдек, Пойнтинг теоремасини электромагнит майдон векторларининг комплекс ва оний қийматлари учун исботлари тенгламалар кетма-кетлигида баён этилган

Кириш

Замонавий телекоммуникация соҳасида радиотехник тизимларнинг тутган ўрни тобора юксалмоқда. Бунда элтувчи тебранишларда қўлланилувчи ишчи диапазоннинг частота спектрининг анча юқори соҳасига силжиши кузатилади. Масалан, сунъий йўлдошли телевидение 4...6 ГГц диапазони бартараф этиб 11...14 ГГц интервални эгаллади. Космик ретрансляторлар орқали телевизион узатишнинг 20...30 ГГц диапазонидаги янги учинчи авлоди тайёрланмоқда. Сигналларни элтувчи частоталарни ошириш кўп сонли каналларни жойлаштириш имконини беради, яъни фойдаланилувчи диапазон сифими ортади. Шу нуқтаи назардан частотаси $3 \cdot 10^{12}$ Гц дан юқори бўлган оптик диапазоннинг имкониятлари чексиз. Айнан шу сабабли замонавий телекоммуникация соҳасида оптик толали алоқа тизими (ОТАТ) муҳим ўринни эгаллайди. ОТАТ асосини узатувчи ва қабул қилувчи қурилмани туташтирувчи кварц тола ташкил этади. Бироқ ҳаракатдаги объектлар учун ОТАТ асосий алоқа воситаси сифатида намоён бўла олмайди, чунки кўчма абонентлар учун эркин радиотўлқинлардан фойдаланиш қулайроқ. Масалан, ҳаракатдаги объектли мобил алоқада 900...1800 МГц частота диапазони кенг қўлланилади.

Келтирилган мисоллар шуни кўрсатадики, замонавий телекоммуникация тизимларида юқори частотали спектрлардан фойдаланиш жуда самарали йўналиш ҳисобланади.

Ўта юқори частотали алоқа (шунингдек оптик толали) техникасининг назарий асоси Максвелл тенгламаларига асосланган бўлиб, унда векторли алгебра ва векторли таҳлил элементларидан фойдаланилади. Ўта юқори частота қурилмаларидаги тўлқин ҳодисаларини ёки эркин фазодаги майдон тузилишини ва узатиш тизимларини ўрганишда квант физикаси доирасидаги муаммолар учрамайди. Уларни фазода узлуксиз майдон кўринишида тасвирлаш етарли. Масалани шундай тартибда кўриб чиқиши

макроскопик, бундай “меъёрланган” назария эса классик электродинамика деб аталади.

Ўқув қўлланманинг 1- қисми ўзида электродинамиканинг назарий асосини мужассамлаштирган бўлиб, “Электромагнит майдонлар ва тўлқинлар” фанининг кейинги бўлимларини ўрганишда асос вазифасини ўтайди.

Асосий белгиланишлар рўйхати

B – магнит индукция вектори, $Bб/м^2$

E – электр майдон кучланганлиги вектори, $B/м$

C – сиғим, Φ

$c=3 \cdot 10^8$ м/с – вакуумдаги электромагнит тўлқин тезлиги

D – электр силжиш вектори, $Kл/м^2$

e – электр юритувчи куч, (оний қиймат), B

F – вектор кучи, H

f – частота, $Гц$

G – ўтказувчанлик, $Cим$

H – магнит майдон кучланганлиги вектори, $A/м$

I – электр токи (оний қиймат), A

I_m – магнит токи (оний қиймат), B

$I_{сил}$ – силжиш токи (оний қиймат), A

$I_{чет}$ – четки ток (оний қиймат), A

$I_{ўтк}$ – ўтказувчанлик токи (оний қиймат), A

$\vec{J}_{ўтк}$ – ўтказувчанлик токининг зичлик вектори, $A/м^2$

J_s – сирт токининг зичлик вектори, $A/м$

$J_{сил}$ – силжиш токининг зичлик вектори, $A \cdot м^2$

$J_{чет}$ – четки токининг зичлик вектори, $A/м^2$

ЮТК – югурма тўлқин коэффициентлари

ТТК – турғун тўлқин коэффициентлари

L – индуктивлик, $Гн$

P_{Σ} – нурланиш қуввати (оний қиймат), $Bт$

P_{\perp} – йўқотишлар қуввати (оний қиймат), $Bт$

$P_{чет}$ – четки манбалар қуввати (оний қиймат), $Bт$

P – комплекс қувват, $Bт$

Q – асиллик

Q, q – электр заряди, K

R – электр занжирининг актив қаршилиги, $Ом$

R_{Σ} – нурланиш қаршилиги, $Ом$

R_{\parallel} ва R_{\perp} – параллел ва нормал қутбланишга мос келадиган қайтариш коэффициентлари

S – юза майдони, $м^2$

$\|S\|$ – тўлқинли сочилиш матрицаси

T – тебраниш даври, $сек$

$\|T\|$ – тўлқинли узатиш матрицаси

V – ҳажм, $м^3$

\vec{g} – тезлик вектори, $м/с$

g_0 – муҳитдаги ёруғлик тезлиги, $м/с$

g_{cp} – гуруҳ тезлиги, $м/с$

\mathcal{G}_ϕ – фаза тезлиги, m/s
 \mathcal{G}_ω – энергия узатиш тезлиги, m/s
 W – электромагнит майдон энергияси, J
 W_m – магнит майдон энергияси, J
 W_ω – электр майдон энергияси, J
 ω – электромагнит майдон энергияси зичлиги, $J \cdot m^3$
 ω_m – магнит майдон энергияси зичлиги, J/m^3
 ω_ω – электр майдон энергияси зичлиги, J/m^3
 x, y, z – декарт координаталари
 α – сусайиш коэффициенти, $1/m$
 β – фаза коэффициенти, $1/m$
 Γ – интеграллаш контури
 Δ^0 – сингиш чуқурлиги, $1/m$
 δ – диэлектрик йўқотишлар бурчаги
 ϵ_a – абсолют диэлектрик сингдирувчанлик, Φ/m
 $\epsilon = \epsilon_a / \epsilon_0$ – нисбий диэлектрик сингдирувчанлик
 $\epsilon_0 = \left(\frac{1}{36\pi}\right) \cdot 10^{-9}$ – электр доимийси, Φ/m
 $\|\epsilon_a\|$ – диэлектрик сингдирувчанлик тензори, Φ/m

μ_a – абсолют магнит сингдирувчанлик, $\Gamma n/m$
 $\mu = \mu_a / \mu_0$ – нисбий магнит сингдирувчанлик
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ – магнит доимийси, $\Gamma n/m$
 $\|\mu_a\|$ – магнит сингдирувчанлик тензори, $\Gamma n/m$
 X_{\parallel} ва X_{\perp} – параллел ва нормал кутбланишга мос келган ўтиш коэффициенти
 Λ – йўналтирувчи тизимлардаги тўлқин узунлиги, m
 λ – тўлқин узунлиги, m
 Π – Пойнтинг вектори, $Вт/m^2$
 $\tilde{\Pi}$ – комплекс Пойнтинг вектори
 ρ – заряднинг ҳажмий зичлиги, $Кл/m^3$
 ρ_s – сирт зарядларининг зичлиги, $Кл/m^2$
 $\rho_{чет}$ – четки зарядларнинг ҳажмий зичлиги, $Кл/m^3$
 σ – солиштирма ўтказувчанлик, $Сим/m$
 Φ – магнит оқими, $Вб$
 r, ϕ, z – цилиндрик координаталар
 r, θ, ϕ – сферик координаталар

I боб. ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН

1.1. Электромагнит майдон хақида тушунча

Электромагнит майдон (ЭММ) материянинг ўзига хос кўриниши бўлиб, бир-бирини шартли равишда ҳосил қилувчи ва тўлдирувчи электр ва магнит майдонларнинг йиғиндисидан иборат. Ташқи ЭММ алоҳида ажралиб турувчи хусусияти унинг зарраларнинг электр заряди катталигига ва ҳаракат тезлигига боғлиқ бўлган зарядланган заррачаларга куч билан таъсир кўрсатишида. Телекоммуникация соҳасида вақт бўйича ўзгарувчан майдондан фойдаланилади. Бундай майдоннинг электр қисми магнит қисмидан ажралмас ва аксинча. Бироқ ЭММ назариясида вақт бўйича ўзгармас бўлган (стационар) жараёнлардан бошлаб, то ҳозирги кунгача йиғилиб келган тарихий йиғилмалардан фойдаланилган ҳолда табиатдаги электр ва магнит ҳодисаларни ўрганиш тажрибаларидан фойдаланилади. Доимий электр ва магнит майдонлари бир-бирига боғлиқ бўлмаган ҳолда мавжуд бўлиши мумкин, аммо улар яқка ҳолда ахборот узатиш учун яроқсиз ҳисобланади. Замонавий ўзгарувчан ЭММ назарияси - электродинамикада электр ва магнит майдонларидан фойдалаган ҳолда ягона ЭММ ҳосил қилишда давом этмоқда.

ЭММ табиатда объектив мавжуд бўлиб, материянинг кўриниши ҳисобланади ва унинг бошқа шаклларидан фарқли тарзда – модда. Турли майдонлар ўзаро устма-уст тарзда битта ҳажмда жамланиши мумкин, модда заррачалари эса ўзаро сингиб кетмайди. Модда заррачалари бошланғич m_0 массага ва v тезликка эга. ЭММ заррачалари бўлмиш фотонлар фақат вакуумда $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с тезликка эга бўлганликлари сабабли бошланғич массага эга эмас. Моддалар бундай тезликка ҳеч қачон эришолмайди, сабаби унинг массаси $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ бўлганда чексиз бўлиб қолар эди.

ЭММ нинг электромагнит тўлқин ҳамда модда кўринишида ҳаракатланганда инерт массага эга. Буни П.Н.Лебедев ёруғлик босимини ўлчашдаги ўта нозик тажрибаси давомида аниқлади, Д.К.Максвелл эса ёруғлик ҳам электромагнит жараён эканлигини исботлади. Кейинчалик А.Энштейн m – масса, c – ҳаракат тезлиги ва материя энергияси орасидаги ўзаро боғлиқликни ўрнатди $W = mc^2$.

Бундан кўринадики, 1000 кВт қувватли радиостанция антеннаси бир соат мобайнида 0.04 массага тенг бўлган ЭММ нурлатади. Бу кичик массанинг юқори тезликда тарқалиши арзигулик қийматга эга бўлган энергияни вужудга келтиради.

Модда ва ЭММ материя кўриниши сифатида энергияга, массага ва ҳаракатга эга. Шу сабабли, телекоммуникация сигнали энергиясини ташувчиси сифатида қўлланиши мумкин. Тўлқинли электромагнит жарёнлардан нафақат эркин фазода, балки узатиш линияларида, радиоалоқа ва радиоэшиттириш техникасининг турли электродинамик қурилмаларда ҳам фойдаланилади.

Мухандислик амалиётида одатда микроскопик ва атом масштабларида содир бўладиган мураккаб электромагнит жараёнларни ўрганиш талаб этилмайди. Аксарият техник масалаларда макроскопик масштаб, вақт ва фазо бўйича меъёрлашган жараёнлар қизиқиш уйғотади. Меъёрлашлар модда атоми ва молекуласи ўлчамларидан анча катта бўлган (аммо фойдаланилаётган электромагнит тўлқинидан бир қанча кичик) масофаларда ҳаёлан ўтказилади. Вақт бўйича меъёрлаш интервали элементар заррачаларнинг спинли ва орбитал айланиш давридан катта, аммо ташқи ЭММ векторининг тебраниш давридан кичик. Биз томондан кўриб чиқилган ЭММ модданинг квант эффектларини эътиборга олмайди ва макроскопик (ёки классик) электродинамика деб аталади.

1.2. ЭММ векторлари

ЭММ даги заряд ва тоқларга куч таъсир этади, уларни силжиши натижсида майдон энергияси камаяди. Синов жисми сифатида майдонни нафақат аниқлаб берувчи, балки уни ўзгартириб юборувчи зарядланган кичик жисм – нуқтавий зарядни кўриб чиқамиз. Унга ЭММ да Лоренц кучи деб аталувчи куч таъсир этади

$$F = q(E + [v, B]),$$

бунда q , v – электр заряди ва унинг ҳаракат тезлиги;

$E(r,t)$ – электр майдон кучланганлиги вектори;

$B(r,t)$ – магнит индукция вектори;

r - фазодаги заряд жойлашган нуқтанинг вектор-радиуси;
 t – вақт.

Заряд қўзғалмас бўлганда ($v=0$), куч

$$F_э = q \cdot E ,$$

яъни, E - бирлик мусбат қўзғалмас зарядга ЭММ кўрсатган таъсир кучи.

E - векторнинг ўлчов бирлиги $H/Кл=В/м$.

Магнит майдон фақат ҳаракатдаги зарядларга (токларга) таъсир кўрсатади

$$F_m = q[эВ] .$$

Агар v ва B ўзаро перпендикуляр бўлса, таъсир кучи максимал бўлади, агар v ва B йўналиш бўйича мос тушса, куч таъсир кўрсатмайди. Шу тариқа вектор B ЭММ нинг ҳаракатланаётган зарядларга таъсир этувчи кучи орқали аниқланади. B – векторнинг ўлчов бирлиги $Нс/(Кл \cdot м) = Вс/м^2 = Вб/м^2 = Тл$.

Кўриб чиқилган E ва B векторларнинг таркиби ташқи майдоннинг жуда кичик зарядлар ва элементар токларга кўрсатадиган таъсири билан боғлиқ. Ўлчанаётган майдонда бузилишлар юзага келмаслиги учун зарядларнинг кам бўлиши жуда муҳим. Аммо электр заряди ва ток элементи ўзининг хусусий электр ҳамда магнит майдонига эга. Заряд атрофида чизиқлари унинг ўзидан бошланувчи электр майдон доим мавжуд. Токли ўтказгичлар (ўтказгич элементлари) чизиқлари ўзини ўраб турувчи хусусий магнит майдони ҳосил қилади. Диэлектрик молекулаларидаги боғлиқ элементар зарядлар ва магнит материаллардаги элементар магнит майдон материалга сингиган ЭММ ни буткул ўзгартириб юбориши мумкин. У ҳолда жараённи ёритиб бериш учун қўшимча жуфт векторларни киритиш талаб этилади:

$D(r,t)$ – электр индукция вектори, бирлиги $Кл/м^2$;

$H(r,t)$ – магнит майдон кучланганлик вектори, бирлиги $A/м$.

Ушбу векторлар заряднинг хусусий электр (магнит) майдони билан боғлиқлигини ифодалагани учун **манба функциялари** деб аталади.

Агар фазонинг исталган нуқтасида, исталган вақтда **E**, **D**, **B** ва **H** векторларнинг катталиклари маълум бўлса, бу ерда ЭММ аниқланган деб ҳисобланади. Вектор ўз компоненталари орқали аниқланганлиги сабабли, векторларнинг ҳар бири ўзида (масалан, **E** (x,y,z) вектори) x,y,z ва t дан математик фазовий-вақт функцияларини ифодалайди. “Майдон” тушунчасига расмий (математик) ёндашилганда уни фазонинг турли нуқталарида турлича қийматларни қабул қилувчи физик катталик (куч) деб кўриб чиқиш мумкин.

ЭММ назарияси экспериментал фактларнинг йиғилиши ва умумлашуви, шунингдек, вектор таҳлилга асосланган математик аппаратларнинг тараққий этиши натижасида ҳосил бўлди. ЭММ асосий тенгламаларидаги **E**, **D**, **B** ва **H** векторлар “**дивергенция**” ва “**ротор**” операторлари ёрдамида ρ ва \mathbf{J} катталиклар билан боғланган.

Фазонинг ҳар бир нуқтасидаги электр заряди ҳажмий зичлик орқали характерланади

$$\rho = \lim \frac{\Delta q}{\Delta \mathcal{V}}, \text{ Кл} / \text{ м}^3 \quad (1.1)$$

бунда, q - ҳажмдаги йиғинди заряд.

Майдоннинг ҳар бир нуқтасидаги зарядларнинг тартибли ҳаракати ўзгарувчан электр токининг зичлик вектори орқали ифодаланади

$$\mathbf{J}_{\text{ўтк}} = \rho \cdot \bar{\mathcal{V}}, \text{ А} / \text{ м}^2. \quad (1.2)$$

Маълум бир S юза орқали оқиб ўтувчи умумий электр токи скаляр катталик бўлиб, у $\mathbf{J}_{\text{ўтк}}$ билан интеграл муносабатда боғлиқ

$$I = \int \mathbf{J} dS, \text{ А} \quad (1.3)$$

бу ерда, dS - элементар юза вектори. Юқоридаги (1.3) интеграл S юза орқали ўтувчи \mathbf{J} векторнинг оқими деб аталади. Демак, электр токини берилган юзадан оқиб ўтувчи ток зичлигининг оқими сифатида кўриб чиқиш мумкин.

1.3. Муҳитнинг электродинамик параметрлари Муҳитларнинг синфланиши

Исталган модда таркибида ташқи электр майдон таъсирида бир молекуладан бошқасига силжиши мумкин бўлган электр зарядлари мавжуд бўлиши мумкин. Яъни, улар эркин зарядлар ёки бир молекула оралиғида силжийди. Биринчи ҳолатда биз электронлар ва ионларни металлларда, электролитларда ва ионлашган газлардаги ҳаракати ҳақида маълумотга эгамиз. Диэлектрик муҳитларда биз боғлиқ зарядларни кўриб чиқамиз. Атом ва молекулалардаги боғлиқ зарядларнинг аралашishi “муҳитнинг қутбланиши” деб номланувчи ҳодисани юзага келтиради. Қутбланиш ташқи майдон E_0 га қарама-қарши йўналган ички электр майдонни ҳосил қилади. Шу сабабли диэлектрик ичига сингиган ташқи майдон кучсизланади. Кучсизланиш даражаси ϵ_a - **абсолют диэлектрик сингдирувчанлик** деб аталувчи параметр билан ифодаланади. Бу параметр ЭММ нинг икки электр векторларини ўзаро боғлайди

$$D = \epsilon_a \cdot E . \quad (1.4)$$

Келтирилган тенглама **электродинамиканинг биринчи моддий тенгламаси** деб аталди.

Модданинг эркин электронлар билан тўйиниши унинг ўтказувчанлик токини ҳосил қилиш хусусиятини ифодалайди. Бу хусусият солиштирма электр ўтказувчанлик параметри - σ билан характерланади. Ушбу параметр $J_{\text{ўтк}}$ ва E векторларни қуйидаги тенглик орқали боғлайди:

$$J_{\text{ўтк}} = \sigma \cdot E . \quad (1.5)$$

Бу тенглама ҳам электродинамиканинг моддий тенгламалари қаторига киради. Занжирлар назариясидан маълумки, занжирнинг бир қисми учун Ом қонуни (1.5) тенгламанинг натижаси ҳисобланади. Шу сабабли бу тенглама дифференциал шаклдаги Ом қонуни деб ҳам юритилади.

Ҳар қандай модданинг таркибида магнит майдоннинг манбаи ҳисобланган берк элементар электр токи мавжуд бўлиб, уларни электронларнинг орбитал ҳаракати ва спинли айланиши юзага келтиради. Бу элементар тоқлар ташқи ЭММ таъсирида ориентацияланадиган магнит моментларига эга. Берилган ҳажмдаги магнит моментининг йиғиндиси муҳитнинг магнитланиш жараёнини белгилайди. Магнитланиш миқдорий жиҳатдан ЭММ нинг икки магнит векторларини боғловчи параметр μ_a - абсолют магнит сингдирувчанлик билан баҳоланади

$$B = \mu_a \cdot H \quad (1.6)$$

Бу тенглама электродинамиканинг учинчи моддий тенграмаси ҳисобланади.

$\varepsilon_a, \mu_a, \sigma$ параметрлар берилган модданинг физик-кимёвий хусусиятларига, частотага, ҳароратга ва таъсир этувчи майдоннинг босимига боғлиқ. Уларнинг моҳияти билан квант электродинамикаси шуғулланади. Биз томондан ўрганилаётган классик электродинамикада эса муҳит яхлит, ЭММ характерловчи миқдорлар эса фазода узлуксиз тақсимланган. Яъни, макроскопик кўринишда тасвирланади. Макроскопик электродинамикада кўрсатилган параметрлардан берилган параметрлар сингари фойдаланилади. Моддий (1.4) ва (1.6) тенграмаларда ёзилганига кўра, $\varepsilon_a, \mu_a, \sigma$ параметрлар скаляр катталиқ ҳисобланади. Бундай муҳитлар изотроп бўлиб, уларда \mathbf{E} ва \mathbf{D} , \mathbf{H} ва \mathbf{B} , \mathbf{J} ва \mathbf{E} векторларнинг йўналишлари мос келади, муҳит хусусиятлари эса вектор йўналишларига боғлиқ бўлмайди (яъни, майдоннинг тарқалиш йўналишига).

ЎЮЧ қурилмалари техникасида иккита алоҳида турдаги материаллар қўлланилади: ташқи шароитлар таъсирида ўз хусусиятларини ўзгартирувчи сегнетоэлектриклар ва ферритлар. Бу ҳодисаларни скаляр параметрлар бўлмиш ε_a, μ_a орқали ифодалашни иложиси йўқ. Шу сабабли параметрлар матрицасидан (тензор) фойдаланилади

$$\mu_a = \begin{vmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{vmatrix} \quad (1.7)$$

унга кўра, масалан, В векторни ташкил этувчиларидан бири куйидаги кўринишда ёзилади

$$B_x = \mu_{xx} H_x + \mu_{yx} H_y + \mu_{zx} H_z,$$

яъни, векторнинг ҳар бир проекцияси Н векторнинг барча ташкил этувчиларига боғлиқ. Бу эса ушбу муҳитда В ва Н векторлар йўналиш бўйича мос келмаслигидан дарак беради. Аниқ қилиб айтганда, муҳитнинг хусусиятлари ЭММ нинг тўлқин кўринишидаги йўналишига боғлиқ. Бундай муҳит магнит хусусиятларига кўра **анизотроп** деб аталади. Анизотроп муҳитда электродинамик параметрлар скаляр коэффициент билан эмас, тензор коэффициент билан алмаштирилади. Сегноэлектриклар электр майдон, яъни ε_a параметр бўйича анизотропдир.

Берилган V ҳажмда $\varepsilon_a, \mu_a, \sigma$ параметрлар (скалярлар ва тензорлар) ўзгармас бўлса, бу муҳит **бир жинсли** деб аталади. Агар уларга координата функциялари деб қаралса, **бир жинсли бўлмаган** муҳит деб аталади. Ва ниҳоят, кўп ҳолатларда муҳит параметрларини майдон векторларига боғлиқ эмас деб ҳисоблаш мумкин. Бунда моддий (1.4)-(1.6) тенгламалар чизикли. Мос келувчи муҳитлар **чизикли** деб аталади. Муҳитлардаги ночизиклилик асосан ўта кучли майдонларда кузатилади. Бу ўқув қўлланмада фақат чизикли, бир жинсли ва изотроп муҳитлар ўрганилади.

Муҳит намуналари. Замонавий ЎЮЧ техникасида диэлектрик йўқотишли, юқори электр мустаҳкамликка эга ва осон қайта ишланадиган полиэтилен, полистирол, фторопласт каби диэлектриклар қўлланилади. Шунингдек, юқори частотали керамика, шиша, конструкцион пластмассалар ва бошқалар. Диэлектрик материаллар ε_a параметр билан характерланади. Қабул

қилинган СИ бирлик тизимига мувофиқ уни қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon .$$

Бунда $\varepsilon_0 = (1/36\pi) \cdot 10^{-9}$, Ф/м – электр доимийси. Солиштирма диэлектрик сингдирувчанлик ε - ўлчов бирлигига эга бўлмаган кўпайтма бўлиб, материалларнинг ушбу параметр бўйича табуляция қилинишини соддалаштиради. Яъни, $\varepsilon > 1$ бўлган барча диэлектриклар учун иррационал π сонига эга эмас. Диэлектриклардан полиэтилен, полистирол ва фторопласт қиймат жиҳатидан жуда яқин бўлиб, 2.0...2.6 диапазон оралиғида. Керамика учун $\varepsilon = 6.6$, шиша учун $\varepsilon = 4.0$ га тенг. Ҳаво вакуумга жуда яқин бўлиб: $\varepsilon = 1$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$. Қуруқ ер учун $\varepsilon = 3...6$; сув учун $\varepsilon \approx 80$.

ЎЮЧ қурилмалари конструкцияларидаги ўтказувчи материаллар юқори σ электр ўтказувчанликка эга бўлишлари керак. Частотанинг ўта юқори қийматларида тўлқин ўтказгичдаги тоқлар ЭММ айланган ҳолда фақат металлнинг сиртидан оқиб ўтади. Юпқа сирт қатлами энергия узатилишида йўқотишларга учрайди. Бу йўқотишлар частота ва μ_a параметр ортиши билан ортиб боради. Шу сабабли металлларда қўлланилувчи абсолют магнит сингдирувчанлик $\mu_a = \mu_0 \cdot \mu$ магнит доимийси $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м га яқин бўлиши шарт. Яъни, нисбий магнит сингдирувчанлик бирга яқин бўлиши керак. $\mu = 1$ тенглик берилган материал вакуум сингари ҳаво ҳам магнитланмаслигини билдиради. Диамагнит мис учун $\mu = 0.99999044$ ($\mu < 1$) га, парамагнит алюминий учун $\mu = 1.0000222$ ($\mu > 1$) га тенг, ҳар иккала металл ҳам магнит хусусиятларига кўра вакуумга жуда яқин.

Электр ўтказувчанлиги бўйича металллар σ параметрнинг камайиб бориш тартибида жойлаштирилади: кумуш – $6.17 \cdot 10^7$ [См/м];

мис - $5.8 \cdot 10^7$ [См/м]; олтин - $4.1 \cdot 10^7$ [См/м]; алюминий - $3.72 \cdot 10^7$ [См/м]. Одатда кумушдан юқори электрик ўтказувчанликка эга қопламни ҳосил қилиш учун фойдаланилади. Бироқ, нам ҳавода кумуш (мис) катта солиштирма қаршилиқка эга бўлган ва ЭММ қувват узатишида иссиқлик йўқотишларини келтириб чиқарувчи қатлам билан қопланиб осон оксидланади. Осон оксидланувчи

металлар юзасига бир неча микрон қалинликда олтин қопланса, бу қатламига кислород деярли сингмайди.

Назорат саволлари

- 1. ЭММ тушунчаси нимани англатади?*
- 2. Электр майдон векторлари ҳақида маълумот беринг?*
- 3. Магнит майдон векторлари ҳақида маълумот беринг?*
- 4. ЭММ векторлари дивергенция ва ротор операторлари билан қандай боғланган?*
- 5. Муҳитнинг электродинамик параметрлари?*
- 6. Муҳитларнинг синфланиши.*

II боб. ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН ТЕНГЛАМАЛАРИ

2.1 Майдон векторларининг операторлари

Электромагнит ходисалар таҳлилида ишлатиладиган асосий операторлар: текислик бўйича векторнинг оқими, векторнинг ёпиқ контурдаги айланиши, векторнинг дивергенцияси ва ротори.

Интеграл операторларга мисоллар:

$$\int_S D ds \quad - \quad D \text{ векторининг } ds \text{ сирт бўйича оқими};$$

$$\int_L H dl \quad - \quad H \text{ векторининг ёпиқ контур бўйича айланиши.}$$

Фазода векторлар оқимини сирт ёки контур бўйича айланишини меъёрлаштирувчи интеграл операторларини дифференциал шаклда ифодалаш мумкин. Яъни, фазо нуқтасидаги майдон характеристикаларига айлантирилган. Оқим ва дивергенция операциялари бир-бири билан қуйидаги тенглик орқали боғланган

$$\lim_{V \rightarrow 0} \frac{\int_S D ds}{V} = \operatorname{div} D \quad (2.1)$$

Яъни, фазодаги нуқтани ўраб турувчи сирт орқали ўтувчи вектор оқими унинг дивергенциясини тасвирлайди.

$D ds = D ds \cdot \cos \alpha$ нинг сколяр кўпайтмаси ҳам мусбат, ҳам манфий натижа бериши мумкин бўлганлиги туфайли оқим ва дивергенция ҳам мусбат ёки манфий қийматларни ифодалайди. D ва dS векторлари орасидаги бурчак (сиртга ташқи нормал орқали йўналтирилган) 90° дан кичик (куч чизиғида сиртдан чиқади) бўлса, у ҳолда $\operatorname{div} D > 0$ бўлади. Агар куч чизиғи сирт ичига йўналтирилган бўлса, у ҳолда $\alpha < 90^\circ$, $\cos \alpha > 0$ ва $\operatorname{div} D < 0$ бўлади. Шунга мувофиқ куч чизиқлари йиғиладиган майдон (сток) нуқталарида дивергенция манфий, чизиқлар чиқиши (исток) кузатиладиган нуқтада эса дивергенция мусбат.

(2.1) ифодага вектор проекцияларини хусусий фазовий ҳосилалар орқали барча координаталар системаларида қўллаш мумкин. Тўғри бурчакли координаталар тизимида дивергенция вектор проекцияларининг ўз йўналишлари бўйича олинган хусусий ҳосилаларининг йиғиндиси билан ифодаланади:

$$\operatorname{div} D = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}, \quad (2.2)$$

Дивергенциядан фарқли равишда ротор операцияси вектор катталикни беради.

Роторни ташкил этувчи айланиш контурининг текисликка нормали чегара айланиш операцияси билан боғлиқ

$$\operatorname{rot} H = \lim_{S \rightarrow \infty} \frac{\oint H dl}{S}, \quad (2.3)$$

бунда, S - фазо нуқтасини ўраб турувчи L контур ичида жойлашган юза.

Тўғри бурчакли координаталар тизимида ротор олиш операцияси вектор проекциялари хусусий ҳосилаларининг қуйидаги комбинациясини ифодалайди

$$\operatorname{rot} H = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) l_x + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) l_y + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) l_z, \quad (2.4)$$

Бу ерда l_x, l_y, l_z - ўқ йўналишларининг бирлик векторларини кўрсатади .

Агар (2.4) операциясининг натижаси нолга тенг бўлса, майдон “уюрмасиз “ деб аталади. Фазонинг барча нуқталарида вақт давомида ўзгармайдиган электр майдон уюрмасиз ҳисобланади, яъни $\operatorname{rot} E = 0$.

2.2 Максвеллнинг учинчи ва тўртинчи тенгламалари

Максвелл ўз даврининг (1864 йил) электромагнитизм ва экспериментал электродинамика назарияларини бир қатор тенгламаларда умумлаштирди. Кейинчалик аниқланишича фақатгина тўртта тенгламаси асос ва мустақил ҳисобланади. Максвелл тенгламалари замонавий классик электродинамиканинг асоси ҳисобланади. Бу тенгламалар универсал ҳисобланиб, улар ёрдамида моддий тенгламалар билан биргаликда электродинамиканинг ҳар қандай масаласини назарий ечиш мумкин.

Қуйида Максвелл тенгламаларининг таркиби кўриб чиқилган бўлиб, улар замонавий СИ бирликлар тизимида ва вектор анализининг математик операцияларида ифодаланган. Кўриб чиқиш “энг оддийдан ўта мураккабга” принципига асосланган.

Максвеллнинг 3-тенгламаси электростатикадаги Гаусс тенгламасидан маълум бўлган электр зарядларнинг вақт давомида ўзгариши учун умумлаштириш ҳисобланади.

$$\int_S D dS = \pm \sum Q_{\text{эркин}} \quad (2.5)$$

Бу ерда $Q_{\text{эркин}}$ S юза билан чегараланган ҳажмда жойлашган эркин электр зарядларнинг алгебрик йиғиндиси ҳисобланади. Агар заряд ҳажмда узлуксиз тақсимланган бўлса, у ҳолда

$$Q_{\text{эркин}} = \int_V \rho_{\text{эркин}} dV, \quad (2.6)$$

бунда $\rho_{\text{эркин}}$ — зарядларнинг ҳажм зичлигининг тақсимланиш функцияси.

Агар (2.5) га (2.6) ни ҳисобга олган ҳолда (2.1) операциясини қўлласак, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\text{div} \mathbf{D} = \rho_{\text{эркин}} \quad (2.7)$$

Шунингдек, майдоннинг ҳар бир нуқтасидаги \mathbf{D} векторининг дивергенцияси сон жиҳатидан шу нуқтадаги эркин зарядларнинг ҳажм зичлигига тенг. Агар, $\text{div} \mathbf{D} > 0$ бўлса заряд мусбат бўлиб,

D нинг куч чизиклари шу нуқтадан чиқади. $\rho < 0$ бўлган нуқтада эса куч чизиклари мос келади ва сток ҳосил бўлади.

Агар уларга биринчи моддий тенглама (1.4) ни тадбиқ этсак, у ҳолда Максвеллнинг тенграмаси бир жинсли диэлектрик муҳит учун қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\int_S E dS = \frac{Q_{\text{эркин}}}{\epsilon_a} \quad (2.8)$$

ёки

$$\text{div} E = \frac{\rho_{\text{эркин}}}{\epsilon_a} \quad (2.9)$$

(2.8 ва 2.9) тенгликларида эркин электр зарядлари каби боғлиқ электр зарядлари ҳам мавжуд бўлиб, уларнинг ҳаракатлари ϵ_a параметри орқали ифодаланади. **D** векторига ўтиш орқали тенграмани ёзишда диэлектрикнинг кутбланиш ҳодисаси ҳисобга олинмайди, яъни ϵ_a параметр. Бу эса **D** векторни ҳисоблашда айнан бир хилдаги эркин зарядлар билан ифодаланувчи диэлектрик ва майдоннинг характери эътиборга олинмаслиги, вакуумда ва ихтиёрий жисмларда **D** векторнинг қийматлари билангина характерланишини билдиради. Шу сабабли **D** вектор фақат эркин зарядларга, **E** вектори эса ҳам эркин ҳамда боғланган зарядларга асосланган деб таъкидлаш мумкин. Моддадаги электр майдонни таърифлаш учун **D** векторининг киритилиши масалани соддалаштиради. Абсолют бирликлар тизимида **D** вектор сон жиҳатидан вакуумда берилган заряднинг электр майдон кучланганлиги **E** га тенг.

Максвеллнинг 4 - тенграмаси магнит майдоннинг куч чизиклари узлуксиз бўлиб, бошига ҳам охирига ҳам эга эмаслигининг тасдиқидир. Натижада исталган ёпиқ юза бўйича оқувчи магнит оқими ҳар доим нолга тенг, ҳажмга кирувчи (манфий) оқим чиқувчи оқимга (мусбат) тенг.

Табиатда магнит зарядлари мавжуд эмас, шунинг учун фазода улар узлуксиз. Бунинг тасдиқи операторлар ёрдамида қуйидагича ифодаланади

$$\oint_S B ds = 0, \quad (2.10)$$

$$\operatorname{div} B = 0. \quad (2.11)$$

Майдон вектори дивергенциясини нолга тенглиги шуни кўрсатадики, вектор чизиқлари чексизликдан бошланиб чексизликда тугайди ёки ҳалқанинг ёпиқ турига эга. Бу каби майдонлар соленоидал деб ҳам аталади.

2.3 Максвеллнинг иккинчи тенгламаси

М.Фарадей тажриба йўли билан электромагнит индукция қонунини очди. Унга кўра ўтказувчи L контурида миқдори вақт бўйича магнит оқими Φ_M нинг ўзгариш тезлигига тенг бўлган ЭЮК пайдо бўлади, яъни

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_M}{dt}. \quad (2.12)$$

Тенгламадаги “манфий” ишора, ҳосил бўлган ЭЮК бирламчи ташқи магнит оқимиға қарама-қарши бўлган иккиламчи оқимни ҳосил қилишни аниқлатади. ЭЮК берк контурда E векторнинг шу вектор бўйлаб айланиши орқали аниқланади:

$$\mathcal{E} = \int_L E dl.$$

“Оқим” операторининг математик таърифни ҳисобга олган ҳолда (2.12) формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\int_L E dl = - \frac{d}{dt} \int_S B ds \quad (2.13)$$

бунда, $S - L$ контур билан қамраб олинган юза.

Айнан шу тенглама Фарадейнинг электромагнит индукция қонуни бўлиб, у Максвелл томонидан ихтиёрий тасаввурдаги контур учун умумлаштирилган (фақатгина Фарадей ўтказувчиси учун эмас). Вақт бўйича ҳосила интеграл белгиси остига киритилиши мумкин, яъни

$$\int_L E dl = - \int_S \frac{dB}{dt} ds \quad (2.14)$$

(2.13) ва (2.14) тенгламалари тенг қийматли бўлиб, улар фақат математик операциялар тартиби ўзгартирилганлиги билан фарқланади. (2.14) формулада дастлаб B вектор функцияси дифференцияланади, сўнг интеграл олинади. (2.13) формулада эса аксинча. Бу тенгламалар замонавий рақамлаш ва ёзиш шаклдаги интеграл кўринишидаги Максвеллнинг 2-тенгламасини ифодалайди.

Ротор олиш операциясини (2.3) каби иккала қисмига ҳам қўллаб тенгламанинг дифференциал кўринишини оламиз:

$$\text{rot} E = \frac{dB}{dt}. \quad (2.15)$$

Бу тенглама шуни тасдиқлайдики, ҳисобланган E вектор ротори майдоннинг ҳар бир нуқтасида қиймати ва йўналиши бўйича (эсда тутинг, ротор вектор катталиқ ҳисобланади) тесқари ишора билан олинган B векторининг ўзгариш тезлиги вектори билан мос келади. Шунга мувофиқ агар бу нуқтада ўзгарувчан

магнит майдон ($dB/dt \neq 0$) мавжуд бўлса, у ҳолда шу нуқта атрофида уярмавий электрмайдон мавжуд бўлади ($\text{rot } E \neq 0$). Вақт бўйича ўзгарувчан электр ва магнит майдон бир-бири билан узлуксиз боғлиқ. Электр майдон фақат электр зарядлари билан эмас, балки вақт бўйича ўзгарувчан магнит майдон билан ҳам ҳосил қилинади.

Скаляр кўринишидаги (2.13) тенглама тўғри бурчакли координаталар тизимида қуйидаги кўринишга эга:

$$\begin{cases} \frac{dE_z}{dy} - \frac{dE_y}{dz} = -\frac{dB_x}{dt} \\ \frac{dE_x}{dz} - \frac{dE_z}{dx} = -\frac{dB_y}{dt} \\ \frac{dE_y}{dx} - \frac{dE_x}{dy} = -\frac{dB_z}{dt} \end{cases} \quad (2.16)$$

2.4 Максвеллнинг биринчи тенграмаси

Ўзгармас токнинг магнит майдонини ҳаво муҳитидаги тажрибавий тадқиқоти шуни кўрсатдики, ўтказгични ўраб турувчи L контури бўйича B векторининг айланиши билан уларнинг доимий I токининг алгебраик йиғиндиси ўртасида қуйидаги кўринишдаги алоқа мавжуд

$$\int_D B dl = \mu_0 \cdot I_{\text{ўтк.}} \quad (2.17)$$

бу ерда μ_0 — вакуумнинг магнит доимийси бўлиб, СИ бирликлар тизимида $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м, СГС бирликлар тизимида эса 1 га тенг.

Ҳар қандай моддий муҳитда I ўтказувчанлик токидан ташқари, интеграл контурни ўз ичига олган ички молекуляр

тартибланган элементар тоқлар ҳам мавжуд. 1.3 бўлимда кўрсатилганидек, ташқи магнит майдон таъсирида элементар тоқлар жойлашиши характери μ_a параметри билан аниқланади. Шунинг учун (2.17) формулада бир жинсли изотроп муҳит учун μ_0 нинг ўрнига μ_a ни қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз

$$\int_L \frac{B}{\mu_a} dl = I_{\text{ўтк}} \quad (2.18)$$

ёки (1.6) моддий тенгламани қўллаб

$$\int_L H dl = I_{\text{ўтк}} \quad (2.19)$$

кўринишга эга бўламиз.

Шу тарзда ўзгармас тоқлар ва улар ҳосил қилаётган магнит майдонлар орасидаги кўрилатган математик боғланишни ҳам **B** вектор, ҳам **H** вектор орқали ифодалаш мумкин. (2.18) ва (2.19) формулаларининг таққосланиши шуни кўрсатадики, **H** орқали майдон ҳисоблашлари ўтказишда муҳитнинг магнит хусусиятлари ҳисобга олинмайди. **H** нинг киритилиши моддадаги магнит майдонни ифодаланишини енгиллаштиради. Магнит майдоннинг кучланганлиги ҳар қандай муҳитда (айнан ўша нуқтада, айнан бир манбадан) бир хил қийматга эга. (2.18) тенглама **B** вектор ҳам макроскопик тоқлар $I_{\text{ўтк}}$ га, ҳам элементар (μ_a параметрлар билан ифодаланган) тоқларга асосланганлигини кўрсатади. **H** вектор орқали майдон ҳисоблашларини ўтказишда, ички молекуляр тоқлар тўғридан-тўғри ҳисоблашларда қантнашмайди.

Вектор **H** ни электр силжиш (индукция) вектори **D** билан ўхшашлик аналогиясига асосланган ҳолда магнит силжиш (индукция) вектори, **B** ни эса магнит майдон кучланганлиги вектори деб номлаш керак эди. Аммо қўйилган терминалогияни ўзгартириш мумкин эмас.

Максвелл ўзгарувчан электр ва магнит майдонларининг бир - бирини қўзғатиш қобилиятини аниқлади. Уюрмали электр майдони ўзгарувчан магнит майдон орқали қўзғатилиши қуйидаги ифодани кўрсатади (2.3 бўлимга қаранг)

$$\int_L E dl = - \int_S \frac{\partial B}{\partial t} ds.$$

Ўзгарувчан электр майдон (яъни $\partial D/\partial t \neq 0$ ёки $\partial E/\partial t \neq 0$) эса уюрмали магнит майдони ҳосил қилиш керак, яъни майдонлар тасвирланиши симметрик бўлиши лозим

$$\int_L H dl = \frac{\partial D}{\partial t} ds.$$

Кейинги назарий тадқиқотлар шуни кўрсатадики, ўзгарувчан майдон (2.19) тенглама қуйидаги кўринишга эга бўлади

$$\int_L H dl = I_{\text{ўтк}} + \int_S \frac{\partial D}{\partial t} ds \quad (2.20)$$

Максвелл янги тушунчалар киритди.

$$\int_S \frac{\partial D}{\partial t} ds = I_{\text{силж}} \text{ — силжиш токи}$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = J_{\text{силж}} \text{ — силжиш токи зичлиги.}$$

D векторининг иккинчи номланиши - *электр силжиш вектори* деб аталади.

(2.20) формула тўлиқ токнинг умумлашган қонунини ифодалайди ва интеграл формадаги Максвеллнинг биринчи тенграмаси ҳисобланади. У шуни тасдиқладики, электромагнит майдондаги ҳар қандай берк контур бўйлаб **H** векторининг айланиши сон жиҳатидан контур ичидаги текисликдан ўтувчи ўтказувчанлик ва силжиш тоқларининг алгебраик йиғиндисига тенг. (1.3) ва (1.5)

тенгламаларни ҳисобга олган ҳолда (2.20) тенгламасини қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин.

$$\int_L H dl = \int_S J_{\dot{y}mk} ds + \int_S J_{силж} ds, \quad \int_L H dl = \sigma \int_S E ds + \varepsilon_a \int_S \frac{\partial E}{\partial t} ds,$$

(2.21)

(2.21) тенгламанинг иккала қисмидан (2.3) турдаги операциялар олиниши уларни қуйидаги дифференциал кўринишга келтиради:

$$\begin{aligned} rot H &= J_{\dot{y}mk} + J_{силж}, \\ \text{ёки } rot H &= J_{силж} + \frac{\partial D}{\partial t}, \\ \text{ёки } rot H &= \sigma E + \frac{\partial D}{\partial t}. \end{aligned}$$

(2.22)

Максвелл 1 - тенгламасининг дифференциал кўриниши шуни тасдиқлайдики, H вектор ЭММ нинг исталган нуқтасида шу нуқта орқали оқиб ўтувчи ўтказувчанлик ва силжиш тоқларининг алгебраик йиғиндисига тенг. Ротор вектор катталиқ бўлганлиги учун, тенгламанинг ўнг ва чап қисмларидаги бир номли проекциялари бўйича тенглик сақланади.

Агар идеал диэлектрик муҳитни вакуум ёки унга яқин бўлган тоза ҳоавони кўриб чиқсак (2.22) га $\sigma=0$ қўллаш лозим . У ҳолда (2.22) тенглама қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$rot H = \frac{\partial D}{\partial t}$$

(2.23)

Бундан келиб чиқадики, фазодаги берилган нуқтада ўзгарувчан электр майдон мавжуд бўлса (яъни $\partial D / \partial t \neq 0$), у нуқта атрофида уюрмали магнит майдон ҳосил бўлади. Бошқача қилиб айтганда, магнит майдон фақатгина ўтказувчан тоқлар билангина эмас, балки

Ўзгарувчан электр майдони билан ҳам ҳосил қилинади. Ўзгарувчан электр ва магнит майдонлар ажралмас бўлиб, ягона ЭММ ни ҳосил қилади.

Электр майдоннинг ўзгариш тезлиги силжиш токининг зичлигини намоён қилади:

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon_a \frac{\partial E}{\partial t}.$$

Реал диэлектриклардаги силжиш токи асосан ўзгарувчан электр майдон таъсирида боғланган зарядларнинг тебранма ҳаракати ҳисобига ҳосил бўлади, яъни қутбланган ток ҳисобланади. Аммо у боғланган зарядлар бўлмаган вакуумда ҳам мавжуд. Буни тажриба йўли билан осон исботлаш мумкин, яъни ўзгарувчан кучланиш манбаи занжирига кетма – кет вакуум (ёки ҳаво) конденсатори уланади. Амперметр ўзгармас кучланиш учун занжирда узилишни ҳосил қилувчи вакуум соҳасидаги ток қийматини кўрсатади.

2.5. Тўлиқ токнинг узлуксизлик тенламаси

Ушбу тенглама Максвеллнинг 1-тенгламасидан ҳосил қилинади, яъни унинг натижаси ҳисобланади. Тенгламанинг иккала қисмидан дивергенция операциясини оламиз, яъни

$$\operatorname{div}(\operatorname{rot} H) = \operatorname{div}(J_{\text{ўтк}} + J_{\text{силж}}).$$

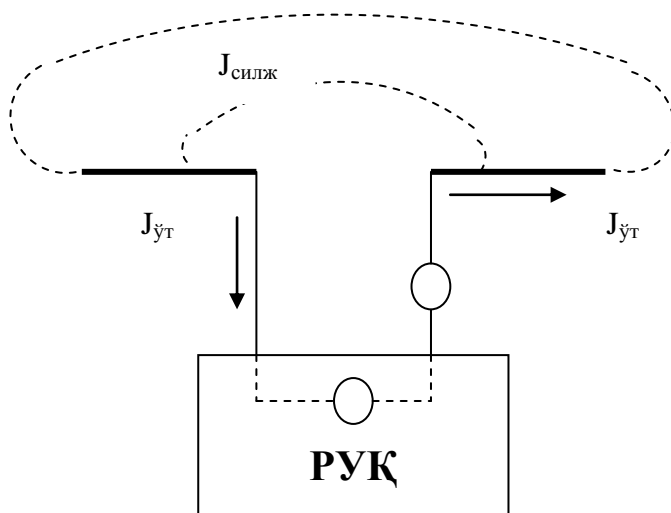
Вектор таҳлилидан маълумки, ротордан олинган дивергенция 0 га тенг. У ҳолда,

$$\operatorname{div}(J_{\text{ўтк}} + J_{\text{силж}}) = 0,$$

ёки

$$\operatorname{div}\left(J_{\text{ўтк}} + \varepsilon_a \frac{\partial E}{\partial t}\right) = 0.$$

Вектор дивергенциясининг 0 га тенглиги вектор чизикларининг берк эканлигини англатади (2.2 бўлимга қаранг). Шунга мувофиқ тўлиқ ток чизиклари ажралмас. Бу эса ўз навбатида берк бўлмаган сим парчаларидан иборат антенналардан ток оқиб ўтишини тушунтириб беради. 2.1 расмда “симметрик вибратор” туридаги антеннали РУҚ радиоузатгич схемаси келтирилган. Антенна симларининг охири очик бўлсада, А чиқиш каскади индекатори антеннада ток борлигини кўрсатади. Ўтказувчанлик токиниг линиялари фазадаги силжиш токлари орқали берк занжир ҳосил қилади. Худди шундай ҳодиса антеннали кўчма радиостанцияларда (қўл телефонларида) ҳам кузатилади.



2.1 расм. Тўлиқ ток чизикларининг узлуксизлиги.

Назорат саволлари

1. ЭММ асосий операторлари.
2. Максвеллнинг биринчи ва иккинчи тенгламаларининг дифференциал ва интеграл кўринишини тушунтиринг?
3. Максвеллнинг учинчи ва тўртинчи тенгламаларининг дифференциал ва интеграл кўринишини тушунтиринг?
4. Тўлиқ токнинг узлуксизлик тенгламасини ҳосил қилинг.
5. Идеал диэлектрик муҳит деб қандай муҳитга айтилади?
6. Идеал ўтказгич деб қандай муҳитга айтилади?

III БОБ. МОНОХРОМАТИК МАЙДОН УЧУН ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН ТЕНГЛАМАСИ

3.1. Комплекс векторлар, комплекс шаклдаги

ЭММ тенгламаси

Юқорида кўриб чиқилган тенгламалар оний қийматдаги майдон векторлари учун ёзилган, яъни уларни вақт бўйича эркин характердаги ўзгариши учун ўринли. Агар вектор вақт бўйича доимий давр билан синусоидал ҳолда ўзгарса, у ҳолда бу майдонлар монохроматик деб аталади. Бундай майдон учун комплекс векторлар киритиш яъни, комплекс амплитудалар усули (КАУ) дан фойдаланиш мумкин. Унга кўра оний қиймат, масалан $H_m \sin(\omega t + \varphi_H)$ ўринга формал комплекс миқдор $H_m e^{j\omega t}$ ни қўйиш мумкин. Бундан кўринадики,

$$H = \operatorname{Re}[H_m e^{j\omega t}].$$

Ифодадаги I_m комплекс миқдорнинг мавҳум қисмига ишора қилади. ЭММ назариясига бағишланган аксарият адабиётларда вақт давомида косинусоидал ўзгарувчи майдонлар монохроматик деб ҳисобланади. У ҳолда

$H = \operatorname{Re}[H_m e^{j\omega t}]$, яъни комплекс миқдорнинг моддий қисми қўлланилади. Оний қийматлардан комплекс кўринишга ўтиш гармоник физикавий ҳодисаларни математик жиҳатдан кўриб чиқилишини анча соддалаштиради, чунки вақт бўйича дифференциялаш ва интеграллаш амаллари йўқолади. Улар ($j\omega$) кўпайтувчига кўпайтириш ва бўлиш амаллари билан алмаштирилади, бунда ω - кўрилаётган гармониканинг частотаси.

Силжиш токининг зичлиги мос бўлган кўринишдаги катталиқ билан алмаштирилади

$$\frac{\partial D}{\partial t} \rightarrow j\omega \cdot H_m e^{j\omega t}$$

тенглама ўрнига

$$\operatorname{rot} H = J_{\text{ўтк}} + \varepsilon_a \frac{dE}{dt}, \quad (3.1)$$

$$\operatorname{rot} H e^{j\omega t} = J_{\dot{y}mk} e^{j\omega t} + j\omega \varepsilon_a E e^{j\omega t},$$

ифодани қўллаб, уларни умумий кўпайтувчисига қисқартириб юборсак қуйидаги кўринишга эга бўламиз

$$\operatorname{rot} H = J_{\dot{y}mk} + j\omega \varepsilon_a E, \quad (3.2)$$

Максвеллнинг (3.1) биринчи тенгламаси комплекс турдаги (3.2) дан фарқли равишда реал мавжуд майдонлар учун ёзилган. (3.2) тенглама (3.1) тенгламанинг математик кўриниши бўлиб, у фақат гармоник майдон, яъни сигналларнинг битта спектрал ташкил этувчиси учун ўринли. Аммо бизга маълумки, алоқа сигналининг спектрал ташкил этувчилари спектрал ташкил этувчиларнинг мажмуидан иборат. Шунинг эса тутиш лозимки, комплекс шаклдаги ЭММ тенгламасидан фойдаланишда ҳисоблашлар майдон векторларининг гармоник характерда ўзгариши учун, яъни хусусий ҳолат учун ўринли.

Максвеллнинг комплекс дифференциал шаклдаги бошқа барча тенгламалари қуйидаги кўринишга эга

$$\operatorname{rot} E = -j\omega \mu_a H,$$

$$\operatorname{div} D = \rho_{\text{мус}},$$

$$\operatorname{div} B = 0.$$

Интеграл шаклдаги тенгламаларда векторлар устида фақатгина нуқталар қўшимча кўринишда пайдо бўлади. Комплекс тенгламаларни ечимларидан олинган жавоблардан ҳақиқийсини аниқлаш учун комплекс векторнинг моддий қисми ажратиб олинади.

3.2. Комплекс диэлектрик сингдирувчанлик. Йўқотишлар бурчаги

(3.2) тенгламага 3-моддий тенглама (1.5) ни қўйиб эга бўламиз

$$\operatorname{rot} H = (\sigma + j\omega\varepsilon_a)E.$$

Тенгламанинг ўнг томонидаги кўпайтмани алмаштирамиз

$$\operatorname{rot} H = j\omega\varepsilon_a \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_a} \right) E$$

Ушбу тенгламага янги коэффициент - комплекс диэлектрик ўтказувчанликнинг киритилиши жараёнлар таҳлилининг математик ифодасини сезиларли даражада қисқартиради:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_a \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_a} \right) \quad (3.3)$$

натижада тенглама қуйидаги кўринишни олади

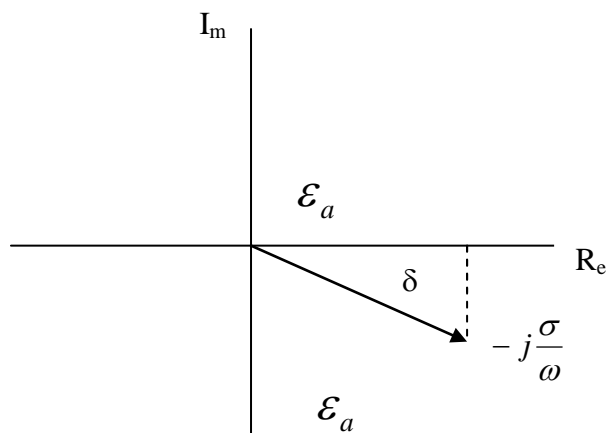
$$\operatorname{rot} H = j\omega\varepsilon_a E.$$

(3.3) ифодани комплекс соннинг алгебраик ва кўрсаткичли шаклларида ифодалаш мумкин

$$\varepsilon_a = \varepsilon_a - j, \quad (3.3a)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon_a}{\cos \delta} e^{-j\delta} \cdot \frac{\sigma}{\omega} \quad (3.3b)$$

(3.3а) ва (3.3б) айниятларни (3.3а) сонларининг комплекс текисликдаги тасвирланишни кўрсатади (3.1 расмга қаранг)



3.1-расм. Комплекс диэлектрик сингдирувчанлик

(3.1) дан Эйлер формуласи ёрдамида олинган комплекс сингдирувчанликнинг тригонометрик кўриниши

$$\epsilon_a = \frac{\epsilon_a}{\cos \delta} \cdot \cos \delta - j \frac{\epsilon_a}{\cos \delta} \cdot \sin \delta,$$

яна бир муҳим кўринишга олиб келамиз:

$$\epsilon_a = \epsilon_a (1 - j \operatorname{tg} \delta), \quad (3.4)$$

бу ерда $\operatorname{tg} \delta$ – диэлектрик йўқотишларнинг бурчак тангенци бўлиб, қуйидагича аниқланади:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma}{\omega \epsilon_a} \quad (3.5)$$

Электр майдондаги йўқотишларни муҳитдаги ўтказувчанлик ва силжиш токлари юзага келтиради. $\text{tg}\delta$ параметри силжиш токлари ҳосил қилган йўқотишларни кўрсатади, яъни ташқи электр майдони таъсирида молекулалардаги зарядланган заррачаларнинг ишқаланишидаги йўқотишларини кўрсатади.

Ўтказувчанлик токининг комплекс зичлик модули қуйидагига тенг:

$$|J_{\text{ўтк}}| = \sigma |E|,$$

силжиш токи эса

$$|J_{\text{силж}}| = |j\omega\varepsilon_a E| = \omega\varepsilon_a |E|.$$

Уларнинг нисбати

$$\frac{|J_{\text{ўтк}}|}{|J_{\text{силж}}|} = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_a} = \text{tg}\delta. \quad (3.6)$$

Шунингдек, $\text{tg}\delta$ параметри берилган муҳитда ўтказувчанлик токлари силжиш токларидан қанчага ортиқлигини кўрсатади, муҳитларни ўтказгич ва диэлектрикларга ажратиш меъзони ҳисобланади.

Агар $\text{tg}\delta > 10$ ($\text{tg}\delta \gg 10$) бўлса, у ҳолда муҳитни катта йўқотишли ёки ярим ўтказгич деб ҳисобланади.

Агар $\text{tg}\delta < 0.1$ бўлса, кам йўқотишли муҳит, яъни диэлектрик ҳисобланади.

Агар $0.1 < \text{tg}\delta < 10$ бўлса, муҳит йўқотишли бўлиб, муҳит шартли равишда яримўтказувчи деб аталади. Бу муҳитда ўтказувчанлик ва силжиш токлари деярли фарқ қилмайди.

Қуруқ тоза ҳавони вакуумга жуда яқин, яъни йўқотишларсиз муҳит деб ҳисоблаш мумкин, яъни $\text{tg}\delta \geq 0$. Радиодиапазонда реал сифатли диэлектриклар ($f = 30$ ГГц гача) учун $\text{tg}\delta = 10^{-2} \dots 10^{-4}$ га тенг.

3.3. Ташқи манбаларни ҳисобга олган ҳолдаги монохроматик майдоннинг тенгламалар тизими

Юқоридаги (3.1) (3.2) тенгламаларда мавжуд бўлган майдон орқали шу муҳитда юзага келган $J_{\dot{y}т}$ ва $J_{\text{силж}}$ токлари йўқ. Бу тоқлар майдоннинг манбаи бўлиб ҳисобланмайди, балки унинг таъсири остида пайдо бўлган. Бир вақтнинг ўзида қандайдир ташқи манба энергияси ҳисобига ўзи-ўзидан ЭММ вужудга келади. Аксарият ҳолатларда бундай манба сифатида ток ҳосил қилувчи катта қувватли чиқиш каскадларига эга бўлган антенналардан фойдаланилади. Антеннанинг тоқи ташқи ресурс (трансформатор ёрдамчи станцияси) нинг қуввати орқали аниқланади ва муҳитда кўриб чиқилаётган майдон векторларининг функцияси ҳисобланмайди. Электромагнит майдон манбасини ташқи куч деб номлаш қабул қилинган. Ташқи куч - ЭММ ни ҳисоблашда бошланғич миқдор бўлиб ҳисобланувчи функция. Бу куч кўпинча $J_{\text{силж}}$ тоқининг зичлиги орқали ифодаланади, у Максвеллнинг биринчи тенгламасининг ўнг қисмида қатнашади

$$\text{rot } H = J_{\dot{y}т} + J_{\text{силж}} + J_{\text{ташқ}}$$

$J_{\dot{y}т} + J_{\text{силж}} = j\omega\epsilon_a$ бўлганлиги сабабли, биринчи тенглама комплекс шаклда қуйидаги кўринишга эга:

$$\text{rot } H = j\omega\epsilon_a E + J_{\text{ташқ}} \quad (3.7)$$

қолган тенгламалар эса:

$$\text{rot } E = j\omega\epsilon_a H, \quad (3.8)$$

$$\text{div } D = \rho_{\text{эркин}}, \quad (3.9)$$

(3.8) тенгламада магнит материалларнинг қайта магнитлашуви жараёнидаги доменларнинг ишқаланиши натижасида юзага келадиган йўқотишларни ҳисобга олиш учун комплекс магнит сингдирувчанлик иштирок этади. Бироқ ЎЮЧ техникасида фақатгина ноёб хусусиятларга эга бўлган - магнитланган феррит қўлланилади. Радиотехникада қўлланиладиган бошқа моддалар магнит хоссасига ва магнит йўқотишларга эга эмас деб

ҳисобланади. Шунинг учун (3.8) тенгламада бундан кейинги ифодаларда μ ўрнига μ_a ни келтирамиз.

(3.7) тенгламада ташқи манбаларнинг мавжудлиги уни нобиржинсли қилиб қўяди, яъни ташқи манбаларсиз тенглама бир жинсли ҳисобланади

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} H - j\omega\epsilon_a E &= 0 \\ \operatorname{rot} E - j\omega\mu_a H &= 0 \end{aligned} \right\} . \quad (3.10)$$

Агар тенгламадаги H ни E га, ϵ_a ни эса μ_a га алмаштирсак 1-тенглама 2-тенгламадан, 2-тенглама эса 1-тенгламадан олинишини англаш қийин эмас. Максвелл тенгламаларининг бу хусусияти икки тарафламалик принципи деб аталади. Ундан ечилган икки тарафламалик хусусиятга эга бўлган масалалар жавобларининг мос келувчи символларини алмаштириш йўли билан баъзи бир тенгламаларнинг ечимини олиш учун қўлланилади.

Шунингдек, электординамиканинг баъзи бир масалалари тенгламалар тизимига ташқи магнит токи $J_{\text{ташқ}}$ киритиш орқали ҳам соддалашади. Табиатда реал магнит зарядлар йўқлиги сабабли, физик нуқтаи назардан $J_{\text{ташқ}}$ сохта миқдор ҳисобланади. У ҳолда Максвеллнинг бир жинсли бўлмаган тенгламалари ҳам шакл жиҳатдан симметрик бўлади:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} H - j\omega\epsilon_a E &= J_{\text{ташқ}} \\ \operatorname{rot} E + j\omega\mu_a H &= -J_{\text{ташқ}} \end{aligned} \right\} . \quad (3.11)$$

Максвеллнинг симметрик бир жинсли (3.10), нобиржинсли (3.11) тенгламалари ёрдамида векторлар ва параметрлар ўрнини алмаштириш йўли билан икки тарафламали масалаларни ҳисоблашнинг маълум бўлган муносабатлардан фойдаланган ҳолда бир қатор масалаларнинг ечими олинади.

Назорат саволлари

- 1. Монохроматик майдон деб қандай майдонга айтилади?*
- 2. ЭММ векторларини комплекс кўринишида ифодаланг.*
- 3. Диэлектрик йўқотишларнинг бурчак тангенци деб нимага айтилади?*
- 4. Қандай муҳитлар ўтказгич, яримўтказгич ва диэлектрик деб аталади?*
- 5. Ўтказгич ва диэлектрикларда юзага келадиган йўқотишлар нималарга боғлиқ?*
- 6. Силжishi ва ўтказувчанлик токлари ўзаро қандай боғлиқ?*

IV боб. ЧЕГАРАВИЙ ШАРТЛАР

4.1. Чегаравий шартларнинг зарурлиги

Чегаравий шартлар деб бир ёки бир нечта жуфт электродинамик параметрлар билан фарқланувчи майдоннинг муҳитларнинг бўлиниш чегарасидаги бўйсунувчанлигига айтилади. Масалан, Максвеллнинг 1-тенгламаси проекцияларидан бирини йўқотишларсиз муҳитда ($\sigma=0$; $J_{\text{ўтк}}=0$) кўриб чиқамиз:

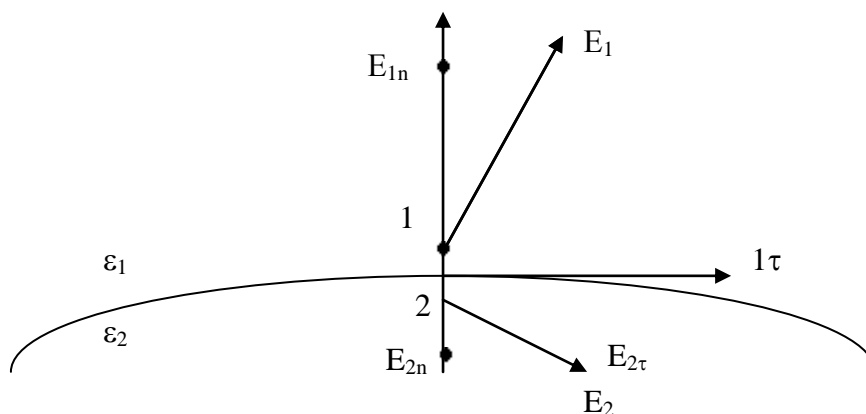
$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = -\frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega\varepsilon_a E_x.$$

Ушбу дифференциал тенглама H_z ва H_y векторларнинг нисбий ташкил этувчиларидан олинган хусусий ҳосилаларни берилган икки муҳитдан бирининг E_x қиймати билан боғлайди.

Бу каби тенгламалар чексиз кўп ечимга эга. Ягона ечимни аниқлаш учун доимий интеграллаш доимийсини аниқлаш керак. Улар чегаравий шартлардан фойдаланган ҳолда ифодаланади. Электр занжирлар назариясида коммутация қонунларидан маълум бўлган бошланғич шартлар шундай бўлади. ЭММ назариясида ЭЗН дан фарқли бўлган бир қанча шартлар мавжуд бўлиб, унда ҳар бир майдон вектори чегаравий шартлари турлича бўлган иккита проекцияга эга бўлиши мумкин.

4.2. Муҳитнинг бўлиниш чегарасида векторларнинг ташкил этувчилари

Биринчи ва иккинчи моддий муҳитлар оралиғида электродинамик параметрлар ε_1 ва ε_2 ёки μ_1 ва μ_2 турлича бўлган сирт – чегара мавжуд. Муҳитлар деэлектрик параметр - ε , магнит параметр - μ , электр ўтказувчанлик - σ билан ёки бир вақтнинг ўзида барча параметрлар билан фарқланиши мумкин.



4.1. расм. Диэлектриклар бўлиниш чегарасидаги E векторнинг ташкил этувчилари

ЭММ икки муҳит чегарасидан ўтганда баъзи майдон векторларининг проекциялари сакрашлар билан ўзгаради, баъзилари эса ўзгаришсиз қолади. Векторларнинг ташкил этувчилари бўлиб, чегаранинг τ ва n сирт нуқталаридаги τ уринмага, ҳамда нормалга проекцияси ҳисобланади. Бу нуқталар сиртга жуда яқин. 4.1- расмда биринчи ва иккинчи муҳитнинг 1 ва 2 нуқталарида E векторнинг ташкил этувчилари кўрсатилган бўлиб, E_{1n} ва E_{2n} — нормал, $E_{1\tau}$ ва $E_{2\tau}$ уринмавий (тангенциал) ташкил этувчилари дейилади.

4.3. Асосий чегаравий шартлар

Чегара ҳарактери чегаравий шартларнинг мазмунини аниқлайди. Умумий ҳолда чегаравий сиртда ташқи электр зарядлар (масалан доимий электр майдондаги металл текисликда) йиғилиши ёки ташқи электр токи оқиб ўтиши мумкин. Юзадаги ток ва зарядлар чексиз юпқа қатламга жамланган ҳисобланади. Яъни Кл/м^3 ўлчамдаги q заряднинг ҳажмий зичлиги Кл/м^2 ўлчамдаги q_s га, ток зичлиги эса I (А/м^2) — I_s (А/К) га айланади. Фақат ўта юқори ўтказувчанликка эга бўлган сиртдаги ўзгарувчан электромагнит майдонда I_s нолдан фарқ қилади.

1. Сирт зарядларига эга бўлган бўлиниш чегарасидаги D векторнинг ташкил этувчи нормаллари учун шарт қуйидаги кўринишга эга:

$$D_{1n} - D_{2n} = \rho_s, \quad (4.1)$$

яъни, майдон бир муҳитдан бошқасига сакрашлар билан ўтганда ρ_s миқдорга ўзгаради. Агар юза зарядлари бўлмаса (масалан, диэлектрик муҳитлар чегарасида). У ҳолда $\rho_s=0$, тенглама эса

$$D_{1n} = D_{2n} \quad (4.2)$$

бўлади. Шунга кўра бу вазиятда майдоннинг D_n ни ўзгармайди, яъни у узлуксиз миқдор бўлиб қолади.

2. **H** векторни уринмавий ташкил этувчилари учун шартлар.

Сирт токлари мавжуд бўлган чегарада қуйидаги шарт кузатилади :

$$H_{1\tau} - H_{2\tau} = J_s, \quad (4.3)$$

агар сирт токлари мавжуд бўлмаса,

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} \quad (4.4)$$

3. **B** векторнинг нормал ташкил этувчилари учун шартлар.

Ҳар қандай турдаги чегараларида майдоннинг бир муҳитдан бошқасига ўтишида B_n сакрашлар билан ўзгармайди, яъни

$$B_{1n} = B_{2n}. \quad (4.5)$$

4. **E** векторининг уринмавий ташкил этувчилари учун шартлар.

5. 4.1-расмда кўрсатилганидек, ЭММ нинг чегарадан ўтиш вақтида бевосита яқинликдаги чегаранинг усти ва остидаги E_1 ва E_2 векторлар узунлиги ва йўналиши бўйича ҳам бир-биридан фарқ қилади. Аммо уларда текисликка юргизилган урунманинг проекциялари ўзгармас, яъни

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}. \quad (4.6)$$

Бу чегара шартлар исталган чегара учун ўринли бўлиб, у муҳитнинг бўлиниш чегараларида E_τ узликсизлигини кўрсатади.

Қолган барча чегаравий шартлар электродинамиканинг моддий тенгнамаларидан фойдаланган ҳолда келтириб чиқарилади. Масалан, (4.6) ва (1.4) дан куйидагига эга бўламиз:

$$\frac{D_{1\tau}}{\epsilon_{a1}} = \frac{D_{2\tau}}{\epsilon_{a2}} \quad (4.7)$$

ёки

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

шу тариқа (4.2) дан куйидагини оламиз

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (4.8)$$

4.4. Идел ўтказгич чегарасидаги шартлар

ЎЮЧ техникасида чегара вазифасини ўтовчи жуда яхши ўтказувчанлик хусусиятига эга бўлган – мис, кумуш каби металллардан кенг кўламда фойдаланилади.

Шундай шартлар яқинида электромагнит ҳодисаларини кўриб чиқаётганда уларни идеал ўтказувчи, яъни σ параметрини чексиз катта деб ҳисоблаш мумкин. Бундай яқинлашиш яхши ўтказгич (2-муҳит) нинг устки қатлами устида жойлашган биринчи диэлектрик муҳитнинг майдонни аниқлашда кичик хатоликларни келтириб чиқаради. Аини дамда идеал ўтказгичнинг ичида ЭММ мавжуд эмас. Бунга 3-моддий тенгнамани кўриб чиқиб ишонч ҳосил қилиш мумкин. $J_{\text{ўтк2}} = \sigma E_2$, бу ерда $\sigma = \infty$ ўтказувчанлик токини чексизликка айлантиради, бу эса физик ҳодисаларига зид. Солиштирма ўтказувчанлик σ нинг жуда катта қийматларида ҳам $J_{\text{ўт}}$ чекли сон бўлиб қолади, яъни $\infty \cdot E_2 \neq \infty$. Бу фақат $E_2 = 0$ бўлгандагина мавжуд, чунки $\infty \cdot 0$ кўпайтма аниқланмаган.

Шундай қилиб, идеал ўтказгичнинг ичида электр майдон бўлмайди. Агар буни инобатга олсак ($E_2=0$), $\text{rot}E_2=-\partial B_2/\partial t$ тенгламадаги ёки $B_2=0$, ёки B_2 доимий катталиқ эканлиги келиб чиқади. Телекоммуникацияда фақат вақт давомида ўзгарувчан майдон қўлланилади, шунинг учун $B_{2\tau\sigma}=B_{2n}=0$ идеал ўтказгич ичида магнит майдон йўқ. Бу тасдиқлашларни (4.3), (4.5) ва (4.6) тенгликларига қўйиб идеал ўтказгич сиртидаги асосий чегаравий шартларни ҳосил қиламиз:

$$B_{1n}=0, \quad (4.9)$$

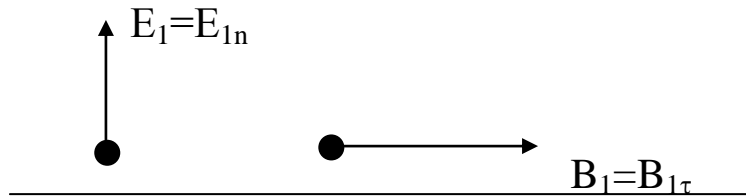
$$H_{1\tau}=J_S, \quad (4.10)$$

$$E_{1\tau}=0. \quad (4.11)$$

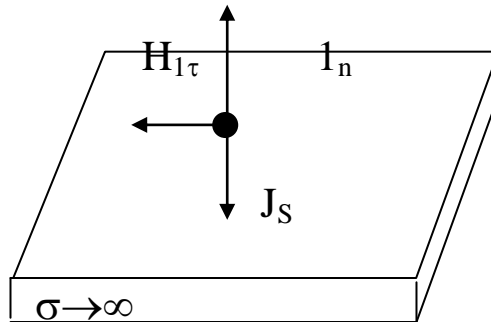
Тенглик (4.10) ни вектор шаклида ҳам ифодалаш мумкин

$$J_S=[1_n \times H_{1\tau}]. \quad (4.10a)$$

Бу шартлар 4.1 ва 4.2 - расмларда график тарзида тасвирланган.



4.1- расм. Идеал ўтказувчи сирт яқинида майдон куч чизиқларининг жойлашиши



4.2 расм. Идеал ўтказгич сиртидаги магнит майдон линиясининг сирт тоқларига эга бўлган идеал ўтказгичли линия билан боғлиқлиги

Расмдан келиб чиқадики, идеал ўтказгич сиртидаги электр куч чизиқлари ҳар доим унга перпендикуляр, магнит куч чизиқлари эса параллел. Ўтказгичнинг устки қатламидаги электр токининг зичлиги устки қатламидаги магнит майдон кучланганлигининг ташкил этувчиларига миқдор жиҳатидан тенг ва йўналиши бўйича перпендикуляр. Бу хулоса тўлдирилган металл тўлқин ўтказгичлардаги турли тўлқинларни тадқиқ этишда кенг қўлланилади.

Шуни ҳам кўрсатиш мумкинки [Семенов], I- муҳитдаги майдон шундай тузилганки, магнит майдонни ташкил этувчи уринма идеал ўтказгичнинг ясси чегарасида экстримал қийматга эришади. (Чегара нормалнинг йўналиши бўйича) яъни

$$\frac{\partial H_{1\tau}}{\partial n} = 0 \quad (4.11)$$

(4.11) шarti шунингдек, металл тўлқин ўтказгичдаги майдонларни текширишда қўлланилади.

Назорат саволлари

1. *Чегаравий шартларнинг зарурати нимада?*
2. *Икки муҳит чегарасидаги векторларнинг нормал ва уринмавий ташкил этувчилари ҳақида маълумот беринг.*
3. *\mathbf{D} ва \mathbf{B} векторларнинг нормал ташкил этувчилари учун чегаравий шартларнинг ифодаларини келтиринг?*
4. *\mathbf{E} ва \mathbf{H} векторларнинг уринмавий ташкил этувчилари учун чегаравий шартларнинг ифодаларини келтиринг?*
5. *Идеал ўтказгич сиртидаги чегаравий шартлар.*
6. *Идеал диэлектрик сиртидаги чегаравий шартлар.*

V боб. ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН ЭНЕРГИЯСИ ВА ҚУВВАТИ

5.1 Асосий гипотезалар

ЭММ назарияси материянинг бир тури сифатида иш бажаришга, масалан, зарядланган заррачаларни аралаштиришга қодир. Ўз навбатида у энергияга эга. Майдоннинг макроскопик назариясидаги энергетик ҳодисаларни кўриб чиқишда майдон векторлари ва унинг энергетик таърифлари ўртасидаги алоқани ўрнатовчи қуйидаги икки тахминдан фойдаланилади.

1. Электромагнит энергия фазода ҳажм зичлиги билан тақсимланган:

$$\omega = \omega_э + \omega_м = 1/2 (E \cdot D + H \cdot B), \text{ Дж/м}^3$$

бу ерда, $\omega_э = E \cdot D/2$ ва $\omega_м = H \cdot B/2$ — электр ва магнит майдон энергияларининг ҳажм зичликлари.

2. Электромагнит энергия оқимининг зичлиги электр ва магнит майдон кучланганликларининг вектор кўпайтмасига тенг:

$$P = [E, H], \text{ Вт/м}^2$$

бунда, Пойнтинг вектори P — энергия ҳаракатининг йўналишини кўрсатувчи бўлиб, миқдори бўйича унинг оқимини зичлигига тенг. Шунингдек, векторнинг ўлчов бирлиги унинг қувват зичлигига, яъни ҳаракат йўналишига перпендикуляр ва 1 м^2 катталиқдаги майдондан ўтувчи тўлқин қувватига тенглигини ҳам кўрсатади.

5.2 Энерия баланси

ЭММ материянинг кўриниши сифатида *энергияни сақлашни қонунига* бўйсунди. Шунинг учун S юза билан чегараланган ҳар қандай V ҳажмдаунга кириб келувчи ва сарфланувчи энергия тенглигига риоя қилинади. Берилган вақт моментида ҳажмдаги энергия интеграллаш орқали аниқланиши мумкин

$$W = \int_V (\omega_e + \omega_m) dV = \frac{1}{2} \int (ED + HB) dV \quad (5.1)$$

Вақт ўтиши билан энергия бир қатор сабабларга кўра ўзгаради:

- энергиянинг бошқа кўринишларига ўтади. Радиотўлқинларни қабул қилувчи қурилманинг кириш занжирида электронларнинг ЭММ таъсири остида иссиқлик ҳаракати ҳажмдаги энергия йўқотишларига (истеъмолчи учун фойдали) олиб келади. Энергияни майдонларга бериш тезлиги унинг **йўқотишлар қуввати** деб аталади;

- ташқи манбаъларнинг энергияси ҳисобига тўлиб боради, масалан, берилган ҳажмда турган антенна энергияси нурланиш ҳисобига энергияни кўпайиш тезлиги четки кучлар қуввати $P_{\text{чет}}$ га тенг;

- ҳажмдан нурланади ёки ҳажм ташқарисидаги манбалар энергияси ҳисобига тўлади. Ҳажмдан чиқувчи электромагнит оқимини **нурланиш** деб атаймиз. Нурланиш қуввати “оқим” оператори орқали аниқланади:

$$P = \oint_S \vec{\Pi} \cdot d\vec{s}, \text{ Вт} \quad (5.2)$$

Электромагнит майдон вектори dS ташқи нормал бўйича юзани ўраб турувчи ҳажмга йўналганлигини эслаймиз. Агар Π ва dS векторларининг йўналишлари қарама – қарши (яъни қувват оқими ҳажм ичига йўналган) бўлса, у ҳолда манфий қийматга эга бўламиз. (2.1 бўлимга қаранг) Унда P_{Σ} микдорни нурланиш қуввати деб эмас, балки кириш қуввати деб аташ мумкин бўлади. Лекин бундай термин ишлатилмайди, балки фақат назарда тутилади.

Биз берилган ҳажмдаги энергиянинг вақт бўйича ўзгариши dW/dt нинг барча мумкин бўлаган сабабларини қараб чиқдик. Демак:

$$\frac{dW}{dt} = P_{\text{чет}} - P_n - P_{\Sigma}, \quad (5.3)$$

(5.3) ифода берилган ҳажмдаги ЭММ қуввати балансининг умумий физик тенгламаси ҳисобланади.

5.3. ЭММ векторларининг оний қийматлари учун Пойнтинг теоремаси

(5.3) тенгламага (5.2) ва (5.1) ифодаларни қўйсак

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} \int (ED + HB) dV \right\} = P - P_m - \oint_S P ds \quad (5.4)$$

$P_{\text{четки}}$ билан $P_{\text{п}}$ нинг таркибини оламиз. ЭММ даги энергия йўқотишлари майдон таъсирида зарядларнинг ҳаракати билан боғлиқ. Бунда қўзғалмас зарядлар йўқотишларни вужудга келтирмайди. Зарядларнинг ҳаракатини электромагнит майдон юзага келтиради. Магнит компонентаси иш бажармайди, чунки унинг таъсир этиш кучи

$$F_M = Q[\mathcal{J}, B]$$

ҳаракатнинг тезлик вектри V га перпендикуляр, йўқотишлар қуввати эса скаляр кўпайтмани ифодалайди.

$$P_n = F_{\mathcal{J}} \cdot \mathcal{J} = Q \cdot \mathcal{J} \quad (5.5)$$

Унинг тўғрилиги олинган миқдорнинг ўлчов бирлиги $[(\text{Кл} \cdot \text{В}/\text{м}) \cdot \text{м}/\text{с}] = [(A \cdot \text{с} \cdot \text{В}/\text{м}) \text{ м}/\text{с}] = A \cdot \text{В} = \text{Вт}$ билан тасдиқланади. Ҳажмнинг ҳар бир нуқтасидаги энергия балансини кўриб чиқиш учун ҳам йўқотишлар қувватининг ҳажмий зичлиги ва четки кучлар тушунчалари киритилади.

$$P_{n(\text{чет})} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{P_{n(\text{чет})}}{V}$$

(5.5) формулада йўқотишларнинг ҳажмий зичлигини оламиз

$$P_n = \rho \cdot E \cdot V.$$

Бу ерда $\rho \cdot V$ электр ток зичлиги векторини ифодалайди ((1.2) формулани қаранг). Шунинг учун йўқотишлар куйидаги миқдор билан таърифланади

$$\rho_n = J \cdot E \quad (5.6)$$

(5.6) га (1.5) тенгламани тадбиқ этиб бошқа ҳисоб формуласини ҳосил қиламиз

$$\rho_n = \sigma \cdot E^2 = \frac{1}{\sigma} J^2 \quad (5.7)$$

(5.7) нисбати Жоуль - Ленс қонунини дифференциал шаклини ифодалайди.

(5.6) сколяр кўпайтма ҳам мусбат, ҳам манфий миқдор бўлиши мумкинлиги сабабли $P_n > 0$ ҳолатига майдон энергиясининг зарядлар ҳаракатини ҳосил қилишига берилиши мос келади. J ва E қарама-қарши йўналган ҳолда ЭММ четки манбалардан энергия олади. Шунинг учун

$$P_{\text{чет}} = -J_{\text{чет}} \cdot E \quad (5.8)$$

Унда (5.4) формула интеграл шаклдаги ЭММ энергиясининг сақланиш қонуни оламиз:

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} \int (ED + HB) dV \right\} = - \int_V J_{\text{чет}} \cdot E dV + \int_V J_{\text{ўтк}} \cdot E dV + \oint \Pi ds. \quad (5.9)$$

Ҳажмнинг фазодаги нуқтага охирги ўтиши йўли билан қонуннинг дифференциал шаклини оламиз

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\epsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2} \right) = -J_{\text{чет}} E + \sigma E^2 + \text{div} \Pi, \quad (5.10)$$

бунда $ED = \varepsilon_a E^2$, $HB = \mu_a H^2$ кўпайтмалари очилган Остраград – Гаусс теоремаси қўлланилган

$$\oint_S \Pi ds = \int_V \operatorname{div} \Pi_{\text{ўрт}}.$$

Пойтинг теоремаси ҳажмда тўпланган ЭММ қуввати фойдали иш бажариш учун четки манбалардан фойдали иш бажариш учун келган оқим ва йўқотиш кўринишидаги қувватнинг алгебраик йиғиндисидан иборат эканлигини исботлади.

Қувват баланси тенгламаси ЭММ назариясида катта аҳамиятга эга. Хусусий ҳолатда бу тенглама электродинамик масалалар жавобларининг тўғрилигини текширучи уневерсал аппарат ҳисобланади. (5.9) ва (5.10) тенгламалар векторларининг оний қийматлари учун ёзилган, шу сабабли улар ихтиёрий ўзгарувчи майдон учун ўринли. Гармоник майдон учун улар соддароқ кўринишга эга.

5.4 ЭММ комплекс векторлари учун Пойтинг теоремаси

Гармоник жараёнларнинг физик моҳияти ўртача энергетик характеристикаларини аниқлаш имконини беради. Ўзгарувчи ток занжиридаги каби тўлиқ комплекс қувват $\vec{S} = \dot{U}I = P + jQ$ ни ҳисоблаш учун ЭММ назариясида нурланиш ва йўқотишлар комплекс қуввати киритилади. Бунда, қувват характери фазалар йиғиндисига эмас, тебранишларнинг фаза ўлчамларига боғлиқ, скаляр кўпайтмадаги иккинчи кўпайтма комплекс ҳолда боғланган миқдор билан олинади. Масалан,

$$E \cdot H = E \cdot H e^{j(\psi_E + \psi_H)},$$

$$E \cdot H = E \cdot H e^{j(\psi_E - \psi_H)},$$

шунинг учун ЭММ электр ва магнит энергияларининг ўртача зичлиги мос равишда қуйидагиларга тенг:

$$\omega_{\text{э } \dot{p}_{pm}} = \frac{1}{2} ED = \frac{\varepsilon_a}{2} EE = \frac{\varepsilon_a}{2} E^2,$$

$$\omega_{\text{м } \dot{p}_{pm}} = \frac{1}{2} HB = \frac{\mu_a}{2} HH = \frac{\mu_a}{2} H^2$$

Йўқотишлар қувватининг ўртача ҳажмий зичлиги

$$p_{\dot{p}_{pm}} = J \cdot E = \sigma E \cdot E = \sigma E^2.$$

Четки кучлар қувватининг ўртача зичлиги:

$$p_{\text{чет } \dot{p}_{pm}} = \text{Re } \tilde{p}_{\text{чет}} = \text{Re}(-E \cdot J_{\text{чет}}),$$

бунда $\tilde{p}_{\text{чет}}$ — четки кучлар қувватининг комплекс ҳажм зичлиги.

Пойнтинг комплекс вектори қуйидаги турдаги кўпайтма сифатида аниқланади

$$\Pi = [E \times H] \quad (5.11)$$

Комплекс вектор Π нинг оқими актив ва оний қисмлардан ташкил топган

$$\oint_S \Pi ds = P + jQ$$

Энергия оқими зичлигининг аниқланиш даврлари давомидаги ўртача комплекс векторининг моддий қисмига тенг, яъни:

$$\Pi_{\dot{p}_{pm}} = \text{Re } \Pi \quad (5.12)$$

Чекланган S юза фазосидаги ҳажмдан чиқувчи нурланиш қуввати қуйидаги турдаги интеграл сифатида аниқланади

$$P_{\Sigma} = \oint \Pi_{\dot{p}_{pm}} ds \quad (5.13)$$

ЭММ назарияси бўйича ўқув қўлланмаларида (5.11) формулага асосан \mathbf{E} ва \mathbf{H} векторларининг амплитуда қийматлари тушунилади, у ҳолда (5.12) тенгламани қуйидаги кўринишда ифодалаш мумкин

$$P_{\dot{y}p} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \Pi$$

$$E_T = E_m / \sqrt{2}, H_T = H_m / \sqrt{2},$$

$$EH = E_m \cdot H_m / 2$$

Шундай қилиб, гармоник (монохроматик) майдон учун энергия баланси тенгламаси (5.9) нинг моддий қисми қуйидаги кўринишга эга бўлади

$$\oint_S P_{\dot{y}p} dS + \int_V p_{\dot{y}p} dV = \int p_{\text{чет. } \dot{y}p} dV, \quad (5.14)$$

(5.10) тенгламаси эса

$$\operatorname{div} \Pi_{\dot{y}p} + p_{\dot{y}p} = p_{\text{чет. } \dot{y}p}. \quad (5.15)$$

Тенглама (5.15) комплекс тенгламанинг моддий қисми учун ёзилган:

$$\operatorname{div} \Pi + j2\omega(\omega_{m\dot{y}p} - \omega_{\varepsilon\dot{y}p}) + p_{\dot{y}p} = p_{\text{чет } \dot{y}p} + j\rho_{\text{чет}}.$$

(5.10) да параметрларнинг комплекс қийматларини қўйиш йўли билан олинган. Мавҳум қисм учун баланс тенгламаси (5.15) тенгламаси каби ёзилади.

Назорат саволлари

1. ЭММ энергияси фазода қандай тарқалади?
2. ЭММ энергияси оқимининг зичлиги тенгламасини келтиринг?
3. ЭММ учун энергиянинг сақланиш қонунини ёзинг.
4. Нурланиш қуввати деб нимага айтилади?
5. Пойнтинг теоремасининг ЭММ векторларининг оний қийматлари учун ифодасини ёзинг.
6. Пойнтинг теоремасининг ЭММ комплекс векторлари учун ифодасини ёзинг.

МУНДАРИЖА

КИРИШ.....	3
Асосий белгиланишлар рўйхати.....	4
I боб.	
ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН	
1.1. Электромагнит майдон ҳақида тушунча.....	7
1.2. ЭММ векторлари.....	8
1.3. Муҳитнинг электродинamik параметрлари. Муҳитларнинг синфланиши.....	11
II боб.	
ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН ТЕНГЛАМАЛАРИ	
2.1. Майдон векторларининг операторлари.....	16
2.2. Максвеллнинг учинчи ва тўртинчи тенгламалари.....	18
2.3. Максвеллнинг иккинчи тенгламаси.....	20
2.4. Максвеллнинг биринчи тенгламаси.....	22
2.5. Тўлиқ токнинг узлуксизлик тенламаси	26
III боб.	
МАНОХРОМАТИК МАЙДОН УЧУН ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН ТЕНГЛАМАСИ	
3.1. Комплекс векторлар, комплекс шаклдаги ЭММ тенгламаси.....	28
3.2. Комплекс диэлектрик сингдирувчанлик..... Йўқотишлар бурчаги.....	30
3.3. Ташқи манбаларни ҳисобга олган ҳолдаги монохроматик майдоннинг тенгламалар тизими.....	33
IV боб.	
ЧЕГАРАВИЙ ШАРТЛАР	
4.1. Чегаравий шартларнинг зарурлиги.....	35
4.2. Муҳит бўлиниш чегарасидаги векторларнинг..... ташқи этувчилари.....	35
4.3. Асосий чегаравий шартлар.....	37
4.4. Идел ўтказгич чегарасидаги шартлар.....	39
V боб.	
ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН ЭНЕРГИЯСИ ВА ҚУВВАТИ	
5.1. Асосий гипотезалар.....	42
5.2. Энергия баланси.....	42
5.3. ЭММ векторларининг оний қийматлари учун Пойтинг теоремаси.....	44
5.4. ЭММ комплекс векторлари учун Пойтинг теоремаси....	46

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати

1. Витевский В.Б., Павловская Э.А. Электромагнитные волны в технике связи. - М: Радио и связь, 1995.-121с.
2. Витевский В.Б., Маслов О.Н., Павловская Э.А. Сборник упражнений и задач по электродинамическим дисциплинам. - М.: Радио и связь, 1996.
3. Вольман В.И., Пименов Ю.В. Техническая электродинамика. - М.: Связь, 1971.-487с.
4. Никольский В.В-, Никольская Т.Н. Электродинамика и распространение радиоволн. - М.: Наука, 1989. - 554с.
5. Габзалилов Г.Ф., Кан В.С. Электромагнитные поля и волны. Конспект лекции. Ташкент: ТАТУ, 2008.

Ўқув нашри
2010-2011 ўқув йили

ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОНЛАР ВА ТЎЛҚИНЛАР

I ҚИСМ

ўқув қўлланма

5522100 - “Телевидение, радиоалоқа ва радиоэшиттириш”
5522000 - “Радиотехника”
5522 - “Мобил алоқа тизимлари”
5522200 - “Телекоммуникация”
таълим йўналишлари учун

Нашрга рухсат берилди 2011 й.
Офсет қоғози. Буюртма №
Босма.
Тираж нусха

Тошкент ахборот технологиялари университети
(ТАТУ Илмий – услубий кенгашининг
2011 йил май ойидаги № 14 - сонли баённомаси)
томонидан нашрга тавсия этилган

Тузувчилар: катта ўқитувчи Арипова У.Х.
катта ўқитувчи Кан В.С.

Масъул муҳаррир: Рахимов Т.Г.
Мусаххих: Раджабова З.Б.

